ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 06.02.2024

Новый материал (конспект в рабочую тетрадь!!!)

Тема: «Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции»

Если в задаче требуется найти максимальное или минимальное значение функции f(x) на отрезке [a;b], выполняем следующие действия:

1. Найти производную функции: f '(x).
2. Решить уравнение f''(x) = 0
3. Из полученного набора корней вычеркнуть все, что лежит за пределами отрезка [a; b]. Оставшиеся числа обозначим $x_1, x_2, ..., x_n$ — их, как правило, будет немного.
4. Подставим концы отрезка [a; b] и точки $x_1, x_2, ..., x_n$ в исходную функцию. Получим набор чисел $f(a), f(b), f(x_1), f(x_2), ..., f(x_n)$, из которого выбираем наибольше или наименьшее значение — это и будет ответ.

<u>Задача 1</u>. Найти наибольшее значение функции $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 7$ на отрезке [−5; 0].

Решение. Для начала найдем производную:

$y' = (x^3 + 3x^2 - 9x - 7)' = 3x^2 + 6x - 9$.

Затем решаем уравнение: $y' = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow ... \Rightarrow x = -3; x = 1$.

Вычеркиваем корень x = 1, потому что он не принадлежит отрезку [−5; 0].

Осталось вычислить значение функции на концах отрезка и в точке x = −3:

$y(-5) = (-5)^3 + 4\cdot(-5)^2 - 9\cdot(-5) - 7 = -12$;

$y(-3) = (-3)^3 + 4\cdot(-3)^2 - 9\cdot(-3) - 7 = 20$;

$y(0) = 0^3 + 4\cdot 0^2 - 9\cdot 0 - 7 = -7$.

Очевидно, наибольшее значение равно 20 — оно достигается в точке x = −3.

Ответ: $\max_{[-5;0]} y = y(-3) = 20$

<u>Задача 2.</u> Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 3x + 4$ на отрезке $[-2;0]$.

Решение. Найдём производную заданной функции:

$$(x^3 - 3x + 4)' = 3x^2 - 3$$

Найдем нули производной:

$$y' = 0 \quad \Longrightarrow \quad 3x^2 - 3 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x^2 = 1$$

$$x_1 = -1 \qquad x_2 = 1$$

Указанному в условии интервалу принадлежит точка x = –1.

Вычисляем значения функции в точках –2, –1 и 0:

$$y(-2) = (-2)^3 - 3(-2) + 4 = 2$$

$$y(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = 6$$

$$y(-2) = 0^3 - 3 \cdot 0 + 4 = 4$$

Наименьшее значение функции равно 2 — оно достигается в точке x = −2.

Ответ: $\min_{[-2;0]} y = y(-2) = 2$

<u>Задача 3</u>. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = x^3 - 6x^2$ на отрезке [–3;3].

Решение. Найдём производную заданной функции:

$$(x^3 - 6x^2)' = 3x^2 - 12x$$

Найдем нули производной:

$$y' = 0 \quad \Longrightarrow \quad 3x^2 - 12x = 0 \quad \Longrightarrow \quad 3x(x - 4) = 0$$

$$x_1 = 0 \qquad x_2 = 4$$

Указанному в условии интервалу принадлежит точка x = 0.

Вычисляем значения функции в точках –3, 0 и 3:

$$y(-3) = (-3)^3 - 6(-3)^2 = -81$$

$$y(0) = 0^3 - 6 \cdot 0^2 = 0$$

$$y(3) = 3^3 - 6 \cdot 3^2 = -27$$

Наименьшее значение функции равно -81 — оно достигается в точке x = −3.

Наибольшее значение функции равно 0 — оно достигается в точке x = 0.

Ответ: $\max_{[-3;3]} y = y(-3) = -81$, $\min_{[-3;3]} y = y(0) = 0$

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru